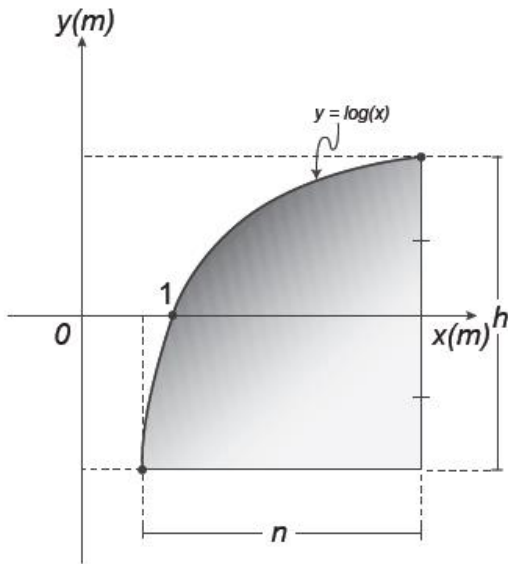


Questão do ENEM 2015

Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas dianteiras fossem representadas pela curva de equação $y = \log(x)$, conforme a figura.

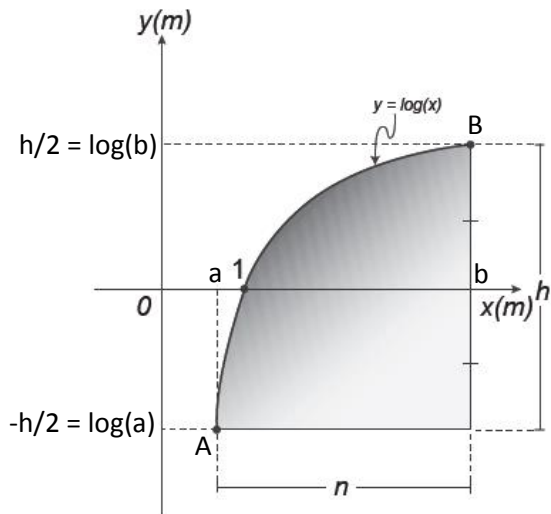


A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura h do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x . Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura h do vidro em função da medida n de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

- (a) $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right) - \log\left(\frac{n-\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$
- (b) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$
- (c) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$
- (d) $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$
- (e) $2 \log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

RESOLUÇÃO



Na figura, $-h/2 = \log(a)$ e $h/2 = \log(b)$

Logo, $a = 10^{-h/2}$ e $b = 10^{h/2}$ $n = b - a = 10^{h/2} - 10^{-h/2}$

$$n = 10^{h/2} - \frac{1}{10^{h/2}} \quad 10^{h/2} = x \quad n = x - 1/x$$

Multiplicando por x , temos: $nx = x^2 - 1$ $x^2 - nx - 1 = 0$

$$x = \frac{n \pm \sqrt{n^2 + 4}}{2}$$

Como $x > 0$, $x = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}$

Lembrando que $x = 10^{h/2}$, temos: $10^{h/2} = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}$.

Aplicando logaritmos: $\log(10^{h/2}) = \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$ $\frac{h}{2} \log(10) = \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

$$\frac{h}{2} = \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right) \quad h = 2 \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$$